THEME : Mouvements et interactions	Mécanique : Mouvements et 2nde loi de Newton	Chapitre 8

LIVRE p 217 à 236 – TP associé : TP9

RAPPELS : *Voir fiche rappels 1ère – Chapitre 8*

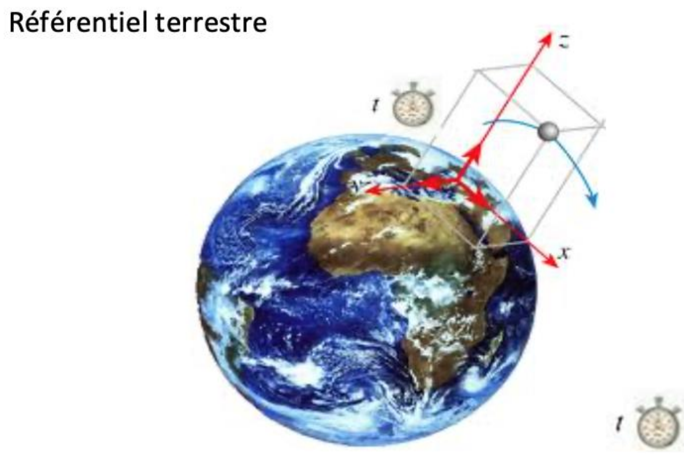
I Référentiel et repère

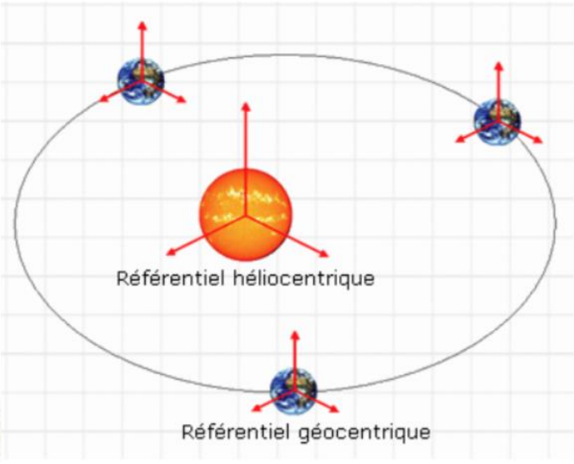
Le mouvement d'un système (objet d'étude) est décrit grâce à la connaissance de sa trajectoire, de sa vitesse et de son accélération à chaque instant dans un référentiel donné.

Le **référentiel** est un **objet de référence par rapport auquel on étudie le mouvement** d'un système. Il est muni d'un **repère d'espace** (constitué d'un point de référence appelé origine, et de trois directions de l'espace) et d'un **repère de temps** (horloge).

Exemples de référentiels :

- Le **référentiel terrestre**, lié à la surface de la Terre est adapté à l'étude du mouvement d'un objet proche de la surface de la Terre.
- Les **référentiels géocentrique et héliocentrique**, liés respectivement au centre de la Terre et du Soleil, et associés à des axes de directions fixes par rapport aux étoiles lointaines.



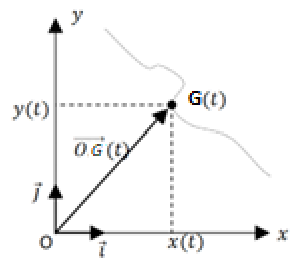


II Les vecteurs du mouvement

A) Vecteur position $\overrightarrow{OG}(t)$

Dans un repère orthonormé $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ lié au référentiel d'étude, la position du point G du système étudié (généralement son centre d'inertie, qui correspond au centre de gravité si le système est homogène) est donnée par le vecteur position $\overrightarrow{OG}(t)$, de coordonnées $\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}$ à l'instant t.

On écrit $\overrightarrow{\mathbf{OG}}(\mathbf{t}) = \mathbf{x}(\mathbf{t})\,\vec{\mathbf{i}} + \mathbf{y}(\mathbf{t})\,\vec{\mathbf{j}}$ avec la norme de $\overrightarrow{OG}$ telle que : $\|\overrightarrow{\mathbf{OG}}\| = \mathbf{OG} = \sqrt{\mathbf{x^2} + \mathbf{y^2}}$



Remarque : L'ensemble des positions occupées par le point G au cours du temps constitue la **trajectoire** du système.

B) Vecteur vitesse $\vec{v}(t)$

Le **vecteur vitesse d'un système** caractérise les **variations** (en norme, en direction et en sens) de son **vecteur position** au cours du temps.

En 1ère, le vecteur vitesse $\overrightarrow{v_1}$ au point G_i était assimilé au vecteur vitesse moyenne entre les dates très proches t_i et t_{i+1} :

Soit $\overrightarrow{v_i} = \dfrac{\overrightarrow{G_iG_{i+1}}}{t_{i+1} - t_i} = \dfrac{\Delta\overrightarrow{OG_i}}{\Delta t}$ en effet $\overrightarrow{G_iG_{i+1}} = \overrightarrow{G_iO} + \overrightarrow{OG_{i+1}} = \overrightarrow{OG_{i+1}} - \overrightarrow{OG_i} = \Delta\overrightarrow{OG_i}$

De façon plus exacte, pour obtenir l'expression de ce vecteur vitesse, l'intervalle de temps **Δt doit tendre vers zéro, ce qui donne :** $\overrightarrow{v_\imath} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta\overrightarrow{OG_\imath}}{\Delta t} = \dfrac{d\overrightarrow{OG_\imath}}{dt}$ ($d\overrightarrow{OG_\imath}$ est la variation de $\overrightarrow{OG_\imath}$ sur une durée infiniment petite dt).

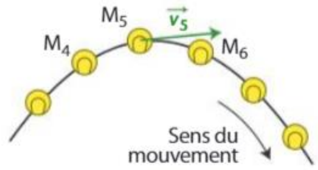
De façon générale, dans un repère orthonormé $(\boldsymbol{O}; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ lié au référentiel d'étude, le vecteur vitesse du point $\boldsymbol{G}$ d'un système à l'instant $\boldsymbol{t}$ est égal à la dérivée <u>temporelle</u> du vecteur position $\overrightarrow{OG}(t)$:

$$\vec{\mathbf{v}}(\mathbf{t}) = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt} \text{ de coordonnées } \begin{pmatrix} \mathbf{v}_x(t) = \frac{dx}{dt} \\ \mathbf{v}_y(t) = \frac{dy}{dt} \end{pmatrix}$$

On écrit : $\vec{\mathbf{v}}(\mathbf{t}) = \mathbf{v_x}\,\vec{\mathbf{i}} + \mathbf{v_y}\,\vec{\mathbf{j}}$ tel que : $\|\vec{\mathbf{v}}\| = \mathbf{v} = \sqrt{v_x^{\,2} + v_y^{\,2}}$ norme du vecteur, correspondant à **la valeur vitesse instantanée à l'instant t** et exprimée en **$m.s^{-1}$**.

Rq : <u>Caractéristiques du vecteur vitesse :</u>

- **Direction** : tangent à la trajectoire au point considéré
- **Sens** : celui du mouvement
- **Norme** : valeur de la vitesse instantanée en ce point



Le vecteur $\vec{v}_5$ est tangent à la trajectoire en M_5.

<u>Point méthode</u> : Dériver par rapport au temps t

En mathématique, la variable dont dépend une fonction est très souvent x : f (x) = $3x^2 + 4x + 1$

f'(x) est la notation mathématique pour la dérivée de la fonction f : f'(x) = $\frac{df}{dx}$ = 6x + 4

$\frac{df}{dx}$ est la notation physique : on dérive la fonction f , la variable étant x.

En physique la variable est très souvent le temps t : f (t) = $3t^2 + 4t + 1$ d'où : **f'(t) = $\frac{df}{dt}$ = 6t + 4**

C) Vecteur accélération $\vec{a}(t)$

Le vecteur accélération d'un système caractérise **les variations (en norme, en direction et en sens) de son vecteur vitesse au cours du temps.**

De façon analogue au vecteur vitesse, on peut définir le vecteur accélération moyenne entre les dates t_i et t_{i+1} :

$\vec{a_i} = \frac{\vec{v_{i+1}} - \vec{v_i}}{t_{i+1} - t_i} = \frac{\Delta\vec{v_i}}{\Delta t}$ (avec $\Delta\vec{v_i}$ le vecteur variation de vitesse du système à l'instant ti vu en 1ère)

Quand Δt tend vers zéro, on obtient l'expression du **vecteur accélération à l'instant ti** : $\vec{a_i} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v_i}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v_i}}{dt}$

De façon générale, dans un repère orthonormé $(\boldsymbol{O}; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ lié au référentiel d'étude, le vecteur accélération du point $\boldsymbol{G}$ d'un système à l'instant $\boldsymbol{t}$ est égal à la dérivée temporelle du vecteur vitesse $\vec{v}(t)$:

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} \text{ de coordonnées } \begin{pmatrix} a_x(t) = \frac{dv_x}{dt} \\ a_y(t) = \frac{dv_y}{dt} \end{pmatrix}$$

Rq : On a aussi $\vec{a}(t) = \frac{d^2\overrightarrow{OG}}{dt^2}$ ($\overrightarrow{OG}$ vecteur position) de coordonnées :

$$\begin{pmatrix} a_x(t) = \frac{d^2x}{dt^2} \\ a_y(t) = \frac{d^2y}{dt^2} \end{pmatrix} \text{ avec } \frac{d^2x}{dt^2} \text{ la dérivée seconde de } x(t) \text{ par rapport à } t\text{, notée } x''(t) \text{ en maths}$$

On a : $\vec{a}(t) = a_x\,\vec{i} + a_y\,\vec{j}$ tel que : $\|\vec{a}\| = a = \sqrt{a_x^{\,2} + a_y^{\,2}}$ norme du vecteur correspondant à la valeur de l'**accélération instantanée à l'instant t** (exprimée en **$m.s^{-2}$**)

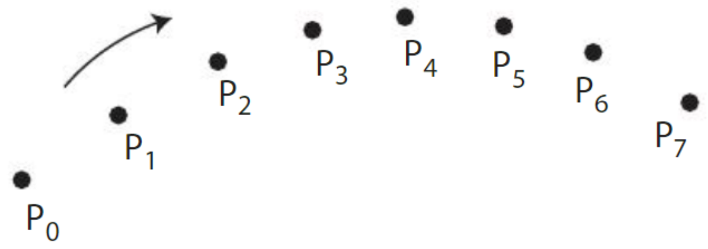
Rq : <u>Caractéristiques du vecteur accélération :</u>

- **Direction et sens** : les mêmes que le vecteur variation de vitesse $\Delta\vec{v_i}$
- **Norme** : valeur de l'accélération instantanée en ce point

Comment tracer un vecteur accélération ? Voir vidéo ci-contre :

<u>Exercice n°1 (NIVEAU 1)</u> :

Le document ci-dessous est l'enregistrement du mouvement du centre de masse P d'un mobile autoporteur de masse **m = 200 g** dans un référentiel terrestre. La durée qui sépare deux positions successives de P est **Δt = 40 ms**.



1) Calculer v_2, vitesse du mobile en P_2 :

2) On donne $\mathbf{v_3 = 0{,}30\ m.s^{-1}}$. Construire les vecteurs vitesse correspondant en P_2 et P_3 (<u>échelle</u> : 1cm pour 0,1 $m.s^{-1}$).

3) On souhaite tracer le vecteur accélération $\overrightarrow{a_2}$.

a) Exprimer $\overrightarrow{a_2}$ en fonction du vecteur vitesse $\overrightarrow{\Delta v_2}$:

b) Construire en P_2 le vecteur variation de vitesse $\overrightarrow{\Delta v_2}$.

c) Calculer a_2 et tracer le vecteur correspondant (<u>échelle</u> 1 cm pour 1 $m.s^{-2}$) :

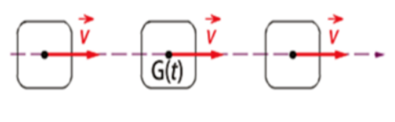
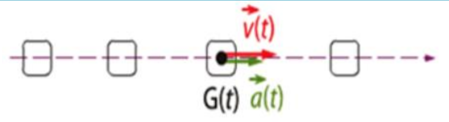
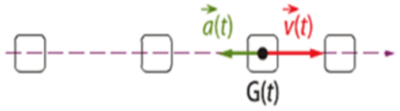
<u>Exercice n°2 (NIVEAU 1)</u> :

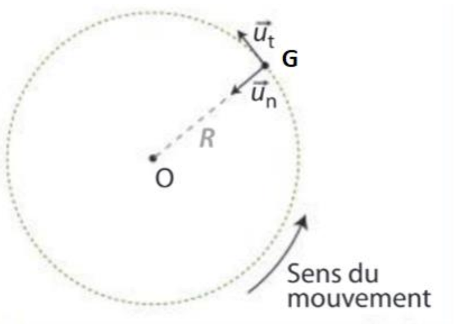
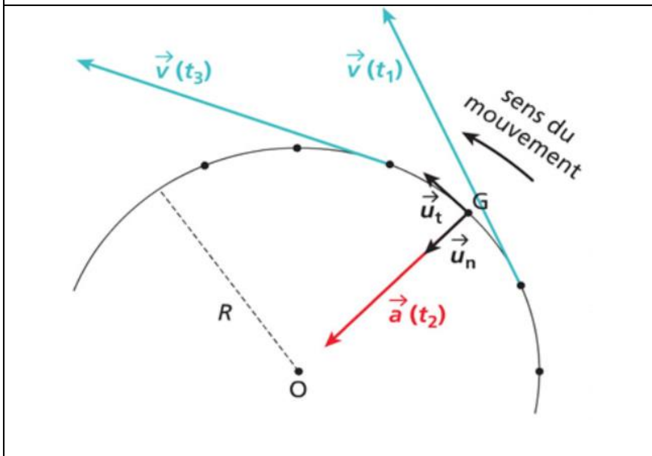
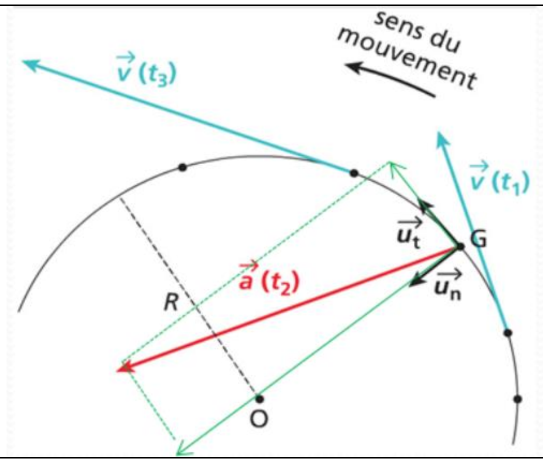
Une bille assimilée à un point B est lancée verticalement à un instant **t = 0 s**. Ses positions sont repérées dans un repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ lié à un référentiel terrestre comme suit, avec x et y en mètres et t en seconde.

$$\overrightarrow{OB}\begin{cases} x = 0 \\ y = -4{,}9t^2 + 4{,}0t + 1{,}5 \end{cases}$$

Etablir l'expression des coordonnées cartésiennes du vecteur vitesse puis du vecteur accélération de la bille.

III Exemples de mouvements

Mouvements rectilignes		
uniforme	**uniformément accéléré**	**uniformément ralenti**
		
Le vecteur vitesse $\vec{v}$ est **constant** Le vecteur accélération $\vec{a}$ est **nul** (car $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{0}$)	La **norme** du vecteur **vitesse augmente**, son sens et sa direction restent les mêmes. Le vecteur accélération $\vec{a}$ est **constant** et dans le **sens du mouvement**.	La **norme** du vecteur **vitesse diminue**, son sens et sa direction restent les mêmes. Le vecteur accélération $\vec{a}$ est constant et dans le **sens opposé au mouvement.**

Mouvements circulaires du centre d'inertie G d'un système par rapport à un point O	
Repère de Frenet $(G; \vec{u}_n, \vec{u}_t)$ **C'est un repère adapté** pour l'étude des mouvements circulaires : il utilise deux vecteurs unitaires partant du centre d'inertie G mobile par rapport à O. - **Le vecteur tangentiel $\vec{u}_t$** tangent à la trajectoire et orienté dans le sens du mouvement ; - **Le vecteur normal $\vec{u}_n$**, orthogonal à $\vec{u}_t$ et orienté vers le centre du cercle.	
Mouvement uniforme	**Mouvement non uniforme**
	
Le vecteur vitesse $\vec{v}$ **varie**, mais sa **norme** $\|\vec{v}\| = \mathbf{v}$ est **constante** au cours du mouvement (donc $\frac{dv}{dt} = 0$) L'accélération $\vec{a}$ est dirigée **vers le centre du cercle :** elle est **centripète.** Sa **norme** $\|\vec{a}\| = a$ est **constante**. <u>Dans le **repère de Frenet**</u> : $\vec{a} = \frac{v^2}{R}\vec{u_n}$	Les **normes** du vecteur vitesse $\vec{v}$ et du vecteur accélération $\vec{a}$ **ne sont pas constantes** au cours du mouvement. L'accélération $\vec{a}$ n'est plus dirigée vers le centre du cercle. Son sens est vers l'intérieur de la trajectoire. <u>Dans le **repère de Frenet**</u> : $\vec{a} = \frac{v^2}{R}\vec{u_n} + \frac{dv}{dt}\vec{u_t}$ $a_n = \frac{v^2}{R}$ **: accélération normale** $a_t = \frac{dv}{dt}$ **: accélération tangentielle**

Rqs : $\overrightarrow{u_n}$ est un vecteur unitaire dirigé vers O $\overrightarrow{u_t}$ est un vecteur unitaire tangent au cercle

Ces deux vecteurs qui ont pour origine le centre d'inertie G du système, permettent de déterminer le sens et la direction du vecteur accélération, leur norme vaut 1.

Exercice n°3 (NIVEAU 1) :

Soit le mouvement du centre de masse (ou centre d'inertie) G, dans un référentiel terrestre, d'un avion de **50 tonnes** qui entame un virage. Lors de ce virage, **la trajectoire de G est une portion de cercle** de rayon **R = 10 000 m** et **sa vitesse a une valeur constante v = 800 km.h^{-1}**.

1) Quel est la nature du mouvement de l'avion ?

2) Déterminer la valeur a_G de l'accélération du centre de masse de l'avion au cours de ce virage.

IV La deuxième loi de Newton

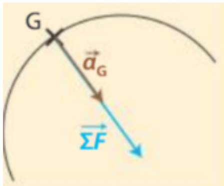
Centre d'inertie : pour simplifier l'étude du mouvement d'un système, on le modélise par un point matériel, souvent le centre d'inertie (appelé aussi centre de masse. Correspond au centre de gravité d'un système homogène). On considère que toute la masse du système est concentrée en ce point.

Référentiel galiléen : **un référentiel galiléen est un référentiel dans lequel le principe d'inertie (*ou 1ère loi de Newton**) est vérifié.**
Un référentiel est galiléen s'il est en mouvement rectiligne uniforme par rapport à un autre référentiel galiléen.
Remarque : les référentiels héliocentrique, géocentrique et terrestre peuvent être considérés comme galiléens sur des durées adaptées.
Un système immobile ou en mouvement rectiligne uniforme n'est soumis à aucune force ou à une somme vectorielle de forces nulle

Enoncé de la deuxième loi de Newton (ou principe fondamental de la dynamique) :
Dans un référentiel galiléen, la somme vectorielle des forces extérieures $\sum \vec{F}_{ext}$ appliquées à un système est égale au produit de sa masse m constante par le vecteur accélération $\vec{a}_G$ de son centre de masse :

$$\mathbf{\Sigma\vec{F} = m \times \overrightarrow{a_G}}$$

Remarques :
- On en déduit que $\mathbf{1\ N = 1\ kg.m.s^{-2}}$
- $\sum \vec{F}_{ext}$ **et** $\vec{a}_G$ sont donc **colinéaires**, de **même sens et de même origine** (voir schéma ci-contre).
- Si le **système est immobile**, $\vec{v} = \vec{0}$; on a donc $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{0}$ soit $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$.



De même pour un **mouvement rectiligne uniforme** : $\vec{v} = \overrightarrow{cste}$ soit $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{0}$ donc $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$
(On retrouve **le principe d'inertie**, ou 1ère loi de Newton, abordé en 2nde).

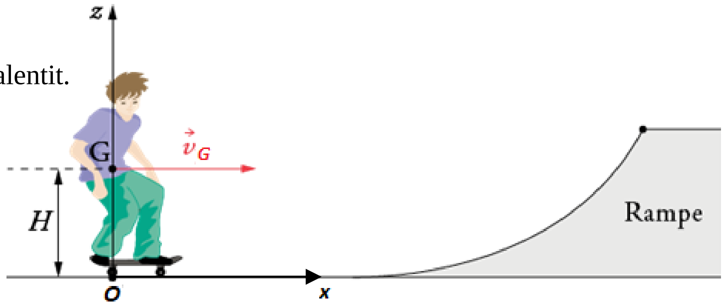
Point méthode : Comment utiliser la deuxième loi de Newton dans l'étude d'un mouvement ?
1) Préciser le système étudié (se réduisant dans les cas étudiés à un point, le centre d'inertie G)
2) Préciser le référentiel
3) Faire un bilan des forces et réaliser un schéma
4) Ecrire l'expression vectorielle de la deuxième loi de Newton
5) Projeter la relation vectorielle sur les axes précédemment définis

Exercice n°4 (NIVEAU 1) : Retour sur exercice 3 :

3) Déterminer la valeur de la somme des forces, notée $\sum F$, qui s'appliquent à l'avion dans la situation décrite.

Exercice n°5 (NIVEAU 1) :

Un skateur de masse $\boldsymbol{m = 70\ kg}$ roule horizontalement avant d'aborder une rampe. Sous l'action des frottements du sol, il ralentit. La coordonnée horizontale de la position de G est :
$\boldsymbol{x(t) = -0,75t^2 + 25t + 20}$ **(et on a $z(t) = H$)**
où t est en secondes et x en mètres.
On cherche la valeur f de la force de frottements du sol, l'action de l'air étant négligée.



Système : le skateur, modélisé par son centre de masse G

Référentiel : terrestre, supposé galiléen

Bilan des forces : - poids du skateur $\vec{P}$, vertical vers le bas, de norme $P = m \times g$
- réaction normale du sol $\vec{N}$, verticale vers le haut
- force de frottement $\vec{f}$, horizontale, opposée au mouvement

D'après la seconde loi de Newton :

On projette les forces suivant l'axe (Oz) :

On projette les forces suivant l'axe (Ox) :

Or $v_x = \frac{dx}{dt}$ donc

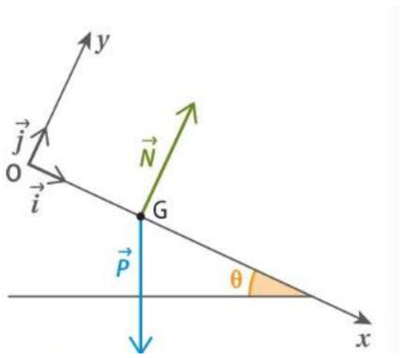
et : $a_x = \frac{dv_x}{dt}$ donc

Par conséquent :

Exercice n°6 (NIVEAU 1) :

Un bloc de glace glisse rectilignement sur un plan incliné, formant un angle $\boldsymbol{\theta = 30°}$ avec l'horizontale. On néglige tout frottement. A $t = 0$, le bloc est lâché sans vitesse initiale en O. **On cherche la valeur de l'accélération $\vec{a}$ de son centre de masse G,** les forces de frottements étant négligées.

On donne $\mathbf{g = 10\ N.kg^{-1}}$



Système : le bloc, modélisée par son centre de masse G

Référentiel : terrestre, supposé galiléen

Bilan des forces : - poids du bloc $\vec{P}$, vertical vers le bas, de norme $P = m \times g$
- réaction normale du support $\vec{N}$, perpendiculaire au plan incliné, dirigée vers le haut

D'après la seconde loi de Newton :

On projette les forces suivant l'axe (Ox) :

On projette les forces suivant l'axe (Oy) :

Le système étant en mouvement suivant l'axe (Ox), $a_y = 0$.

Par conséquent :

A SAVOIR / SAVOIR FAIRE

- **Définir** le vecteur vitesse comme la dérivée du vecteur position par rapport au temps et le vecteur accélération comme la dérivée du vecteur vitesse par rapport au temps
- **Établir** les coordonnées cartésiennes des vecteurs vitesse et accélération à partir des coordonnées du vecteur position et/ou du vecteur vitesse
- **Citer et exploiter** les expressions des coordonnées des vecteurs vitesse et accélération dans le repère de Frenet, dans le cas d'un mouvement circulaire
- **Caractériser** le vecteur accélération pour les mouvements suivants : rectiligne, rectiligne uniforme, rectiligne uniformément accéléré, circulaire, circulaire uniforme
- **Justifier qualitativement** la position du centre de masse d'un système, cette position étant donnée.
- **Discuter qualitativement** du caractère galiléen d'un référentiel donné pour le mouvement étudié.
- **Utiliser la deuxième loi de Newton** dans des situations variées pour en déduire : le vecteur accélération du centre de masse, les forces appliquées au système étant connues ; la somme des forces appliquées au système, le mouvement du centre de masse étant connu

ECE :

- ***Réaliser et/ou exploiter*** *une vidéo ou une chronophotographie pour déterminer les coordonnées du vecteur position en fonction du temps et en déduire les coordonnées approchées ou les représentations des vecteurs vitesse et accélération.*
- ***Représenter****, à l'aide d'un langage de programmation, des vecteurs accélération d'un point lors d'un mouvement*

Capacités mathématiques :

- **Dériver** une fonction.

VERIFIER SES CONNAISSANCES ET COMPETENCES : QCM page 225 + exercice résolu pages 226-227

PREPARER LE CONTROLE : Refaire les exercices (Cours – NIVEAU 1 ; NIVEAU 2 : 13 p 229 ; 25, 27 et 28 p 233

Pour réviser autrement :